

α – Die alle Atome dominierende konstante Verhältniszahl

Sommerfelds wird 100 Jahre alt.

von *Walther Umstätter*

Als A. Sommerfeld 1916 erkannte, dass die Feinstrukturkonstante für den Aufbau der Atome unseres Universums eine grundlegende Verhältniszahl darstellt, weil sie unter anderem die Umlaufgeschwindigkeit der Elektronen gegenüber der Lichtgeschwindigkeit c festlegt, löste er eine allgemeine Suche der renommiertesten Physiker aus, die nach der eigentlichen Bedeutung von α fahndeten. Eine Suche, die bis heute anhält, und zeitweise abenteuerliche Züge annahm, weil sich zunächst jeder fragte, warum die Geschwindigkeit von Elektronen „im ersten Bohrschen Kreise“¹ nun gerade ein $\sim 137,036$ stel, von c beträgt.

Verhältniszahlen, wie die Kreiszahl π oder auch α sind dimensionslos, weil das Verhältnis der Länge r (Radius) zur Länge U (Umfang) des Kreises eine reine Zahl ist, ebenso wie die Geschwindigkeit eines Elektrons zur Geschwindigkeit des Lichts. π ist unabhängig von der Größe des Kreises mit $2\pi = 2 \times 3,14159\dots$ immer gleich. Bekanntermaßen bestimmt π darüber hinaus auch die Verhältnisse bei Kreisflächen, Kugeloberflächen bzw. Kugelvolumina. Auch hier erwuchs vor langer Zeit die Frage, warum diese irrationale Zahl gerade $3,14159\dots$ oder warum $e = 2,718\dots$ beträgt. Bei α sind die Verhältnisse aber beeindruckender, denn es geht nicht nur um ein mathematisches Verhältnis, sondern um ein physikalisches. Dies erkennt man besonders deutlich, wenn man die Bedeutung der Feinstrukturkonstante, nicht in den gängigen SI- bzw. MKS-Einheiten (Meter, Kilogramm, Sekunde), sondern im System Natürlicher Maßeinheiten, wie sie M. Planck schon 1899² vorschlug, betrachtet.

Planck erkannte, dass die Naturkonstanten G (Gravitationskonstante), c (Lichtgeschwindigkeit) und h (das Plancksche Wirkungsquantum, das heute meist durch $\hbar = h / 2\pi$ ersetzt wird), so miteinander Verknüpft werden können, dass bei $(\hbar G / c^3)^{1/2}$ nur eine Längenangabe, die Planck-Länge, von $1,616$

1 Sommerfeld, A.: Die Bohr-Sommerfeldsche Atomtheorie. S.59; Springer Verl.2013

2 http://bibliothek.bbaw.de/bibliothek-digital/digitalequellen/schriften/anzeige/index_html?band=10-sitz/1899-1&aufloesung:int=2&seite:int=493

10^{-35} [m] übrig bleibt. Für die Planck-Zeit ergibt sich mit $(\hbar G / c^5)^{1/2} = 5,391 \cdot 10^{-44}$ [s]. Anstelle des Kilogramms erhalten wir aus $(\hbar c / G)^{1/2}$ eine vergleichsweise große Planck-Masse von $2,176 \cdot 10^{-8}$ [kg], bei der eine Planck-Masse auch einer Planck-Energie entspricht, da nach Einstein $E = m c^2$ ist und damit in Natürlichen Maßeinheiten mit $c = 1$, $E = m$ beträgt. Damit ergeben sich die fundamentalen Naturkonstanten der Physik als Umrechnungsfaktoren bzw. als Artefakte unseres MKS-Systems.³

Unter dem Aspekt der Natürlichen Maßeinheiten ist die Geschwindigkeit des Elektrons $v_e = \alpha$. Auch die Ladung des Elektrons, meist mit $\alpha = e^2 / 4 \pi \epsilon_0 c \hbar$ angegeben, wird zu $\alpha = e^2$, da bei den Natürlichen Maßeinheiten $\epsilon_0 = 1/4\pi$, $c = 1$ und $\hbar = 1$ ist. Manche Physiker halten das für einen rechnerischen Trick, zur Vereinfachung einiger Probleme in der theoretischen Physik. Es ist aber weit mehr. Die Natürlichen Maßeinheiten sind der klare Hinweis darauf, dass Raum, Zeit, Energie oder Masse keine unabhängigen Größen sind, deren Messungen wir beliebig anthropozentrisch festlegen können, so wie wir es Jahrhunderte lang taten, sondern dass sie über die Naturkonstanten zueinander interdependent sind, und dass unser physikalisches Weltbild mit den SI-Einheiten, ein aus menschlicher Perspektive äußerst verzerrtes ist. Sicher ist eine Sekunde für uns Menschen eine vergleichsweise kurze Zeit, aber die Physik unseres Universums erfolgt teilweise in Zeitschritten von $5,391 \cdot 10^{-44}$ [s]. Wobei nach Planck $E = h \nu$ bzw. in Natürlichen Maßeinheiten $E = 2 \pi \nu$ bzw. $E t = 2 \pi$ gilt. Die Zeit t ist somit eine Inverse der Energie, und ein Ereignis, das in 10^{-44} Sekunden abläuft. Sie erfordert dort aber eine entsprechend hohe Energie.

Bemerkenswert für den Aufbau der Atome ist zunächst, dass die Masse des Elektrons m_e multipliziert mit dem Radius r_e konstant ist und α beträgt. Das gleiche gilt für die Protonen, und entsprechend ist das Produkt aus Elektronenmasse und Bohrradius r_B mit $1 / \alpha = 137,036$. Wir können zusammenfassen:

$$m_e \times r_e = \alpha$$

$$m_p \times r_p = \alpha$$

$$m_e \times r_B = 1 / \alpha$$

$$r_e / r_B = \alpha^2$$

Auf den ersten Blick ist es verwunderlich, dass eine Masse multipliziert mit einer Länge, dem Radius, eine dimensionslose Verhältniszahl ergibt, aber das ist der Verwendung der Natürlichen Maßeinheiten geschuldet, in denen die Umrechnungsfaktoren G , c und \hbar zu 1 werden, und die das Kontinuum von Raum, Zeit und Energie sichtbar machen.

3 www.ib.hu-berlin.de/~wumsta/infopub/Planckeinheiten13d.pdf

Während die Zentripetalkraft zwischen Proton und Elektron $e^2 / r_B^2 = \alpha / r_B^2 = 6,8 \cdot 10^{-52}$ [Planck-Energie] beträgt, muss im Gleichgewicht der Atome, die Zentrifugalkraft mit $\alpha^5 / r_e^2 = \alpha^3 \times m_e = 6,8 \cdot 10^{52}$ betragen.

Ohne den Vergleich der Atome zu unserem Planetensystem zu sehr zu strapazieren, denn das Elektron „im ersten Bohrschen Kreise“ ist im Gegensatz zu den Planeten, eine Welle mit einer Wellenlänge von $2 \pi r_B$, oder, wie man früher gern zu sagen pflegte, es ist über den Raum verschmiert, kann man entsprechend zu den Planeten bei den natürlichen Maßeinheiten neben einer Massenanziehung von $m_1 \times m_2 / r^2$ eine Zentrifugalkraft $m_2 \times v^2 / r$ berechnen und diese gleichsetzen, so dass wir aus $v^2 \times r$ die zentrale Masse der Sonne m_1 berechnen können.

Im Atom übernimmt die Ladung von Elektron und Proton, mit $e^2 / r_B^2 = \alpha / r_B^2$ die Aufgabe der Zentripetalkraft. Das macht deutlich, dass die Feinstrukturkonstante α im Prinzip alle Verhältnisse der Atome und Moleküle dominiert und keinen anderen Betrag haben kann, als den, den sie hat. Denn wenn $r_B \times \alpha^2 = r_e$ ist, macht das deutlich, warum der Abstand des Elektrons 18779 r_e -Längen vom Proton entfernt ist. Bei einem nur etwas geringeren Wert, würde auch die Geschwindigkeit des Elektrons v_e abnehmen, die Compton-Wellenlänge $\lambda_C = 2 \pi r_B \alpha$ sich verkürzen, und die Rydberg-Konstante $R_\infty = \alpha^2 / 2 \lambda_C$ verkleinern. Alpha bestimmt über die Rydberg-Konstante auch die Energiesprünge der Spektrallinien, wie die der Balmer-, Brackett- oder Lyman-Serie.

Betrachtet man die Gleichung von de Broglie $p = h / \lambda$ unter Berücksichtigung der natürlichen Maßeinheiten für das Elektron, so gilt $p \lambda_e = 2\pi$, wobei für den Impuls p auch $m_e \alpha$ und für $\lambda_e = 2\pi r_B$ geschrieben werden kann. Es ist somit $m_e r_B = 1 / \alpha$. Je größer die Masse des Elektrons wäre, um so kleiner müsste dementsprechend der Bohrradius sein. Beide sind aber bei α im Gleichgewicht.

Als man vor rund hundert Jahren bei den Entropiebetrachtungen der Thermodynamik zu der Erkenntnis gelangte, dass unser Universum unausweichlich dem Wärmetod entgegen geht, übersah man, dass „jeder Ausgleichsvorgang beim Vorhandensein einer negativen Charakteristik prinzipiell immer in einen Schwingungsvorgang umklappen“ kann.“ Wenn aber irreversible Vorgänge prinzipiell auch reversibel verlaufen können, so muss die Entropie des Weltalls nicht unentwegt wachsen.“⁴ Atome und

4 Umstätter, H.: Strukturmechanik. Ein Beitrag zur Physik der Kolloide. S. 204 Theodor Steinkopff Verl. (1948)

Moleküle sind solche schwingenden Systeme, deren Frequenzen und Resonanzen durch α charakterisiert sind und vice versa. Das Universum bildet also immer wieder Strukturen mit negativer Entropie aus, wie wir es in den Atomen und Molekülen, aber noch stärker in den lebenden Systemen beobachten, wo die Erbsubstanz DNS als Molekül erstaunliche Eigenschaften in sich vereint. Sie kann phylogenetisch erworbene Informationen über Jahrtausende speichern, kann sich selbst replizieren, kann sie im sogenannten Processing in wirksame Enzyme, Hormone und Strukturproteine umsetzen, und hat eine Mutationsrate, die genau so groß ist, dass sie einerseits, bei genügend Redundanz arterhaltend und andererseits evolutionär wirksam bleibt.

Im Gegensatz zu den thermodynamischen Vorstellungen zu L. Boltzmanns Zeit, die im Zusammenhang mit Maxwells Dämon vor rund hundert Jahren existierten, wissen wir heute, dass weitaus mehr Vorgänge in unserem Universum Schwingungsvorgänge sind, als zunächst gedacht. Man erinnere sich nur an alle elektromagnetischen Spektren, die Planetenbahnen oder die Materiewellen de Broglies. In diesen breiten Energiespektren nehmen die Atome, und hier speziell die Feinstrukturkonstante, einen Bereich ein, den wir teilweise in den leuchtendsten Farben sehen, und von denen Goethe schrieb, „Wär nicht das Auge sonnenhaft, Die Sonne könnt es nie erblicken“.

Die Atome und Moleküle unseres Universums sind durch einen Resonanzbereich um die Rydberg Frequenz herum charakterisiert, die wiederum durch die Konstante α bestimmt ist. In wie hohem Maße die Verhältnisse in den Atomen unseres Universums durch eine einzige Konstante bestimmt sind, (die Anziehungskräfte, die Massen, die Geschwindigkeit des Elektrons, seine Ladung und die Radien r_e und r_B , sowie die Energieniveaus), ist bemerkenswert, wobei die Grundenergie von $6,58 \cdot 10^{15}$ Hz die entscheidende Rolle spielt, bei der in Natürlichen Maßeinheiten $3,55 \cdot 10^{-28}$ Schwingungen pro Planck-Zeit erfolgen. Das entspricht einer Planck-Energie von $2,229 \cdot 10^{-27}$ bzw. $m_e \alpha^2$ in Natürlichen Maßeinheiten.

Als J. Kepler und seine Zeitgenossen zutiefst beeindruckt waren über die Harmonie in unserem Universum wussten sie noch wenig über die Naturgesetze, die den Bau der Atome und die lebenden Systeme bestimmen, die unser Erstaunen nicht weniger hervorrufen sollten.